

数学 II 演習 (第 5 回) のヒント

問 1. 例えば, 行や列に関する行列式の展開公式を用いて与えられた行列の行列式を計算してみよ. (いきなり, ある行やある列に関して展開するのではなく, 行や列に関する基本変形を施して, その行やその列になるべくたくさん 0 が現われるようにしてから展開すると少し計算が楽になるかもしれません.)

問 2. 与えられたそれぞれの部分集合 V_1, V_2, V_3 が,

————— $V \subset \mathbb{R}^3$ が線型部分空間となる条件 —————

(イ) ベクトル $u, v \in V$ を, 勝手に二つ取ってきたときに,

$$u + v \in V$$

となる.

(ロ) ベクトル $u \in V$ と実数 $c \in \mathbb{R}$ を, それぞれ勝手に取ってきたときに,

$$cu \in V$$

となる.

という二つの条件を満たすかどうか確かめてみよ.

問 3. 与えられた連立一次方程式を $Au = b$ と表わすとき, 行列 A とベクトル b を横に並べて, 行に関する同じ基本変形を施すことで,

$$\left(A \mid b \right) \xrightarrow{\text{行に関する基本変形}} \left(A' \mid b' \right)$$

というように, 行列 A が「精一杯の見やすい形」になるように変形してみよ. (このとき, $Au = b$ という最初の連立一次方程式が $A'u = b'$ という連立一次方程式に書き直されたことになる.) ただし, 「精一杯の見やすい形」とは, 例えば,

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

という行列のように, 対応する連立一次方程式 $A'u = b'$ が方程式を書き下したただけですぐに解けてしまうような行列のことである.