標本化定理　　　　　　　　　（甘利俊一「情報理論」ダイヤモンド社、昭和４５年, p.156）

(1) 信号 $f(t)$ の周波数領域表示：

$f(t)$ のフーリエ変換

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$

(2) 逆フーリエ変換:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega$$

(3) 周波数帯域制限信号：

周波数が W ヘルツ以下に限られていて、W 以上の周波数を持たないとする。つまり $|\omega| > 2\pi W$ のときは、$F(\omega) = 0$ とする。すると、

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-2\pi W}^{2\pi W} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega$$

である。

Theorem 1 (標本化定理) 周波数成分が W 以下の信号 $f(t)$ は、$1/2W$ 刻みの関数値によって完全に定まる。すなわち、時刻 $i/2W$ $(i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ における関数値を x_i とする、つまり

$$x_i = f\left(\frac{i}{2W}\right) \qquad (i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

とすると

$$f(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i \frac{\sin(\pi(2Wt - i))}{\pi(2Wt - i)}$$

である。

標本化定理は、周波数制限のある信号では、その全ての関数値を知る必要がなく、とびとびの時間における関数値を調べれば、全部の関数形がわかる、という便利なものである。

Def. $t_0 = \frac{1}{W}$ が標本化時間間隔とするとき、$\frac{1}{2}t_0 = \frac{1}{2W}$ をナイキスト周波数と呼ぶ。