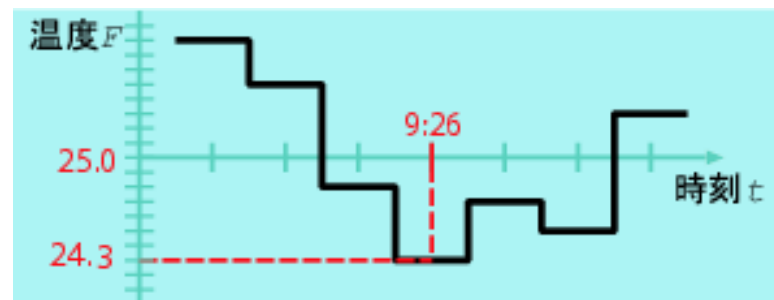
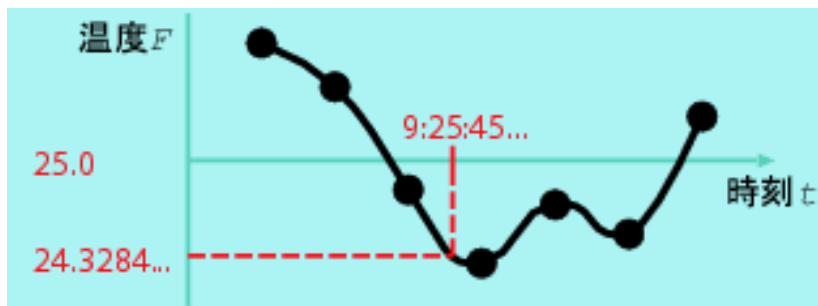


アナログ表現とデジタル表現

- アナログ表現
 - ある情報を連続量(アナログ量)として表すこと
 - 無限の精度を必要とするため, データの複製は元のデータの近似にしかない
- デジタル表現
 - ある情報を離散的に表すこと(デジタル量)
 - ある情報に対して一定の間隔の尺度を導入し, その尺度の値に近似して表現する
 - 複製時にデータが劣化しにくい
 - 情報コンテンツの著作権保護への問題をもたらす

アナログ表現とデジタル表現の実際



- (左の図)気温のアナログ表現
- (右の図)気温のデジタル表現
- アナログ量をデジタル量に変換する際には、情報を離散化する間隔を選択し、表現する必要がある
 - 離散化する2つの軸→量子化, 標本化
 - 量子化 測定値をある間隔ごとに表現する。
 - 標本化 一定時間感覚ごとの計測。

量子化

- 連続量の情報を有限個の段階の離散量として表現すること
 - 段階を多くすれば, より詳細な情報となる
- 情報の用途によって間隔の詳細度を定める
 - コンピュータディスプレイ装置
 - 赤(R)緑(G)青(B)を混色したRGB形式を用いている
 - 各々256種類の異なる色で表現
 - $256 \times 256 \times 256 = 16,777,216$ 色を表示できる
 - 音楽CD
 - 音の振幅を65536(2の16乗)個の段階に分割している
 - 65536段階は16ビットで符号化できる

標本化

- 情報のある間隔(頻度)ごとに抽出すること
 - 例: 温度を「1時間ごと」に測る
 - 例: 部屋の温度を「10cmごと」に測る
 - 例: 音圧を「0.0000227秒ごと」に測る
- 標本空間
 - 対象の情報が定義される時間や領域
 - ある音楽が鳴っている時間
 - ある絵画全体の領域

標本化

- 標本化の間隔はデータの利用目的により変わる
 - どこまで細かく見たいか
 - 間隔を広げてゆけばデータの量が減る
 - 同時にデータは「粗く」なる → 何を失うのか?
 - 高い精度が求められるのか, 荒くてもサイズが小さい方がよいのか

標本化定理(シャノン)

- 求められる情報の精度から、標本化で必要な間隔を決める定理
- 標本化の対象となるアナログ関数 F が、周波数の異なる複数の周期関数の重ね合わせで表現できる事を基礎とする
- F を表すために必要な周期関数(周期 T , 周波数 $\omega=1/T$)の周波数が W 以下であるとする、 $1/2W$ の間隔で標本化すれば、標本化された値から元のアナログ関数 F を完全に復元できる

標本化定理 $f(t)$ が W 以上の周波数成分を持たないとき

時刻 $i / 2W (i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ での

観測値 $x_i = f\left(\frac{i}{2W}\right)$ から

もとの信号関数が一意に復元できる

$$f(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i \frac{\sin(\pi(2Wt - i))}{\pi(2Wt - i)}$$

ナイキスト周波数

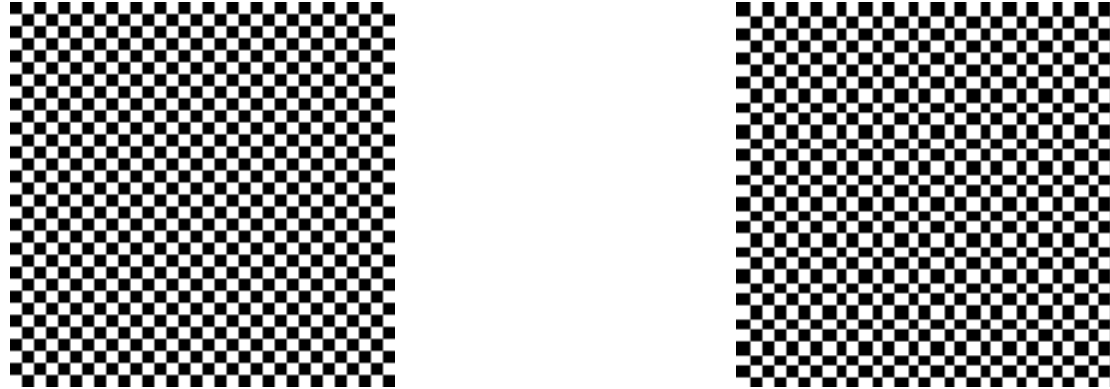
- 標本化の間隔を t とすると、標本化周波数 $1/t$ の半分 $1/2t$ を標本間隔 t のナイキスト周波数と呼ぶ
- 復元できる周期関数の周波数の上限を示す

例 4000Hz で標本化したとき、2000Hzの情報までは復元できる。

標本化定理から分かること

- 標本化周波数が W のときに正確に記録できるのは $W/2$ (=ナイキスト周波数) までの成分
 - 音楽であれば、どれだけ高い音が録音できるか
 - 画像であれば、どれだけ細かな縞模様が記録できるか
- ナイキスト周波数以上の成分は、エイリアシングを引き起こす
 - 画像であれば、本来無い縞模様などが見える (モアレ)
 - 音声では本来無い信号=ノイズになる

エイリアシング



- 対象にナイキスト周波数より高い周波数の周期関数が含まれている場合に、誤った関数が復元される現象をエイリアシングと呼ぶ
 - (左の図)オリジナル画像
 - (右の図)エイリアシングが生じた例

- エイリアシング 画像の標本化において標本化間隔 D の $1/2$ より高い周波数成分が原画像に含まれる場合、標本化された画像中に原画には存在しなかった空間周波数成分が含まれたり、空間周波数スペクトルがゆがんだりする現象。

(「岩波情報科学辞典」より)

エイリアシングの例

- 縞模様の間隔と、
標本化の周期が近い所に注目



標本化の実際

- 音楽CDの標本化
 - 人間の鑑賞が目的なので、聴覚で知覚できない高い周波数まで記録する必要はない
 - 実際
 - 標本化の基準: 44.1kHz
 - $1/44100=0.0000227$ 秒間隔で音の情報を標本化
 - ナイキスト周波数: 22.05kHz
(ピアノの最高音4.186kHz)
- 適切な細かい標本間隔を用いれば、アナログ量を欠損なくデジタル量に処理できる

標本化の実際

- 電話の標本化の例
 - 会話をするのが目的
 - 標本化周波数: 8kHz
 - ナイキスト周波数: 4kHz

周期関数への分解



- フーリエ解析
 - 与えられた信号を個々の異なる周波数成分の波に分解
- 音声や画像などの情報表現と圧縮に用いる
 - (図)画像の低周波成分から高周波成分へと足し合わせていったもの. 復元に必要な情報量が分かり, データ量を圧縮できる

デジタル符号化(1)

- 2進符号
 - 10進数を2進数に変換したもの
- ハミング距離
 - 2つの符号間で対応する桁の記号が異なる個数
 - (0000)と(0001)では1
 - (0011)と(0100)では3
 - 2進符号では数値の差とハミング距離が一致しない

デジタル符号化の応用

- 圧縮
 - 情報を失わずにデータの量を減らす
 - 表現される情報の特性を利用する
- 誤りの検出と訂正
 - 検出: 雑音などで誤ってしまったことを発見する
 - 訂正: 雑音などで誤ってしまった情報を元に戻す

デジタル符号の圧縮

- デジタル符号化された情報は圧縮できる利点を持つ
- 可逆圧縮
 - 圧縮したものから元の情報を完全に復元できる方法
- 非可逆圧縮
 - 元の情報には復元できない方法
 - 人間の知覚では差異が分からない程度の復元が可能ならば様々な応用が可能

ハフマン符号化

- 出現確率の大きな記号には短いビット列を割り当て、全体を少ない情報で表現する方法
 - (例)CABDABABAAを0,1のビット列に符号化
 - A:00,B:01,C:10,D:11と符号化すると20ビット
 - 10 00 01 11 00 01 00 01 00 00
 - A:0,B:10,C:110,D:111と符号化すると17ビット
 - 110 0 10 111 0 10 0 10 0 0
 - 符号は可変長となるが、先頭から調べれば一意に解釈できる

JPEG圧縮

- 画像データの圧縮方法(非可逆圧縮)
- 要求される精度の周波数成分までを符号化する
 - 人間が必要としない高周波成分に対する情報を切り落とすことでデータ量を圧縮