

A セメスター 全学体験ゼミナール「じっくり学ぶ数学 II」
レポート問題 (その9)

問 1. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して,

$$I_n(x) = \int_0^x \frac{dt}{(t^2 + 1)^n}$$

とする. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) $I_n(x)$ の被積分関数を,

$$\frac{1}{(t^2 + 1)^n} = \frac{(t)'}{(t^2 + 1)^n}$$

と考えて部分積分を施すことにより, $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して,

$$2nI_{n+1}(x) = (2n - 1)I_n(x) + \frac{x}{(x^2 + 1)^n}$$

となることを示せ.

(2) $I_1(x), I_2(x), I_3(x)$ を求めよ.

問 2. 次の関数の原始関数を求めよ.

(1) $\frac{1}{x^3 - 1}$

(2) $\frac{1}{x^4 - 1}$

(3) $\frac{x^2}{x^4 - 1}$

(4) $\frac{1}{(x + 1)(x^3 + 1)}$

(5) $\frac{x^5}{(x^2 + 1)^3}$