

**A セメスター 全学体験ゼミナール「じっくり学ぶ数学 II」
レポート問題 (その 7)**

問 1.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 行列 A の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ.
- (2) (1) の結果を用いて,

$$P^{-1}AP = \Lambda$$

となる対角行列 Λ と正則行列 P を一組求めよ.

問 2. x, y, z を変数として,

$$X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix}$$

という行列の行列式 $F(x, y, z) = \det X$ について考える. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) $\det X$ を直接計算することで, $F(x, y, z) = \det X$ を求めよ.
- (2) 行列 X は, 問 1 の行列 A を用いて,

$$X = xI + yA + zA^2$$

と表わせることを示せ.

- (3) (2) の結果と問 1 の結果を用いて,

$$X = P \cdot (xI + y\Lambda + z\Lambda^2) \cdot P^{-1}$$

と表わせることを示せ.

- (4) (3) の結果を用いて, (1) で求めた三次式 $F(x, y, z)$ は一次式の積の形に因数分解できることを示せ.