

数学 II 演習 (第 1 回) のヒント

問 1. 定義にもとづいて, a_{11}, a_{12} などの行列成分を具体的に書き下してみよ.

問 2. A^n の形がすぐに分からない場合には, A^2, A^3, A^4, \dots などを具体的に求めてみることで, A^n の形を予想してみよ. また, その予想が正しいことを, 例えば, 数学的帰納法を用いて確かめてみよ.

問 3.

- (1) $w = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$ として, $z \cdot w = w \cdot z = 1$ となることを確かめてみよ.
- (2) $z^3 - 1 = (z - 1)(z^2 + z + 1)$ と因数分解できることに注意して, $z^3 - 1 = 0$ の根をすべて求めてみよ.
- (3) $z_0 z = (a + bi)(x + yi)$ を具体的に計算して, x', y' を a, b, x, y を用いて表わしてみよ. さらに, 得られた結果を,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A_{z_0} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

という形に書き直すことで, A_{z_0} を具体的に求めてみよ.

- (4) (3) の結果において, $a = |z_0| \cdot \cos \theta$, $b = |z_0| \cdot \sin \theta$ としてみよ.