

## 数学 IB 演習 ( 第 12 回 ) のヒント

問 1. 例えば,  $e^{-ax} \sin bx = \left(\frac{-1}{a}e^{-ax}\right)' \sin bx$  などと考えて, 部分積分を二回繰り返すとどのような式が得られるのか考えてみよ.

問 2.

- (1) 必要なら部分積分を施してみよ.
- (2)  $e^{-tx} = (-e^{-t})'t^x$  と考えて, 部分積分を施してみよ.
- (3) (1) と (2) の結果を合わせて考えてみよ.

問 3.

- (1)  $F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  を項別微分して得られる

$$\frac{dF}{dx}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, \quad \frac{d^2 F}{dx^2}(x) = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

などの式を微分方程式に代入して,

$$x(1-x) \frac{d^2 F}{dx^2}(x) + \{\gamma - (\alpha + \beta + 1)x\} \frac{dF}{dx}(x) - \alpha\beta F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

というように  $x$  のべきの形に整理してみよ. さらに,  $b_n = 0$  という条件を解いて, 一般項  $a_n$  を求めてみよ.

- (2) 「級数の収束判定法」を用いて, (1) で求めたべき級数の収束半径を求めてみよ.