

数学 IB 演習 ( 第 9 回 )

問 1.  $a^2 \neq 1$  であるとして, 次の不定積分を求めよ.

$$I = \int \frac{1 - a^2}{1 - 2a \cos x + a^2} dx$$

問 2.  $a > 0$  であるとして,  $n = 0, 1, 2, \dots$  に対して,

$$I_n = \int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{n+1}}$$

と定める. このとき, 以下の問に答えよ.

(1)  $n \geq 1$  に対して,

$$I_n = \frac{2n-1}{2na^2} I_{n-1}$$

となることを示せ.

(2)  $I_n$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) を求めよ.

問 3.

(1)  $\tan^{-1} x$  の  $x = 0$  での Taylor 展開

$$\tan^{-1} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n+1}}{2n+1}$$

の収束半径を求めよ.

(2)  $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とするとき,  $\tan(4\alpha - \frac{\pi}{4})$  を求めよ.

(3) 円周率  $\pi$  は,

$$\pi = 16 \tan^{-1} \frac{1}{5} - 4 \tan^{-1} \frac{1}{239}$$

と表わせることを示せ.

(4)  $\pi$  の値を小数点以下 3 桁まで正確に求めよ.