

数学 IB 演習 (第 7 回)

問 1. 次のべき級数の収束半径を求めよ.

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{n^2 - n + 1}} x^n & (2) \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!} x^n \\ (3) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(a+1)(a+2)\cdots(a+n)} x^n, & & (a \neq -1, -2, -3, \dots) \\ (4) \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n a^k b^{n-k} \right) x^n, & & (a > 0, b > 0) \end{aligned}$$

問 2. $g(x, y, z) = x^2 + (x - y^2 + 1)z - z^3$ とする. このとき, $g(x, y, z) = 0$ は点 $(0, 0, 1) \in \mathbb{R}^3$ の近傍で, z について,

$$z = \varphi(x, y)$$

という形に解けること, すなわち, z は x, y の関数として表わされることを示せ. また, この点における $\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ の値を求めよ.

問 3.

(1) $a > 0$ とする. このとき, $x^2 + y^2 = 1$ のもとで,

$$f(x, y) = x^2 + 2\sqrt{3}a xy + (2a + 1)y^2$$

の最大値, 最小値を求めよ.

(2) 条件 $2x^2 + 3y^2 = 1$ のもとで,

$$f(x, y) = x - y$$

の最大値, 最小値を求めよ.