

数学 IB 演習 ( 第 5 回 )

問 1. 以下の関数に対して,  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  を求めよ. ただし, (6) において,  $\tan$  の逆関数を  $\tan^{-1} y$  と表わした.

(1)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

(2)  $f(x, y) = x \sin x - y \sin x$

(3)  $f(x, y) = x \tan(xy)$

(4)  $f(x, y) = x^3 y + e^{xy^2}$

(5)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

(6)  $f(x, y) = x^{\tan^{-1} y}$

問 2. 以下の級数の収束, 発散を調べよ. また, 収束する場合にはその和を求めよ.

(1)  $\sum_{n=0}^{\infty} a^n$

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+5)}$

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}(\sqrt{n} + \sqrt{n+3})}$

(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$

問 3.  $(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2}$  を用いて,

$$\tan^{-1} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$$

となることを示せ.