

数学 IB 演習 ( 第 3 回 )

問 1. 次の関数を微分せよ. ただし, (4) において,  $\tan$  の逆関数を  $\tan^{-1} x$  と表わした.

(1)  $\log(\log(x^2 + e^x))$

(2)  $(1 + x)^x$

(3)  $\sin^3(\tan x)$

(4)  $x^{\tan^{-1} x}$

問 2.

(1)  $\log(n!) = \sum_{k=1}^n \log k$  と  $\int_1^n \log x \, dx$  などを比べることで,

$$\left(\frac{n}{e}\right)^n \leq \frac{n!}{e} \leq \left(\frac{n+1}{e}\right)^{n+1}$$

となることを示せ.

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{n!}$  を求めよ.

問 3.  $f(x) = e^{x \sin x}$  の ( $x = 0$  のまわりでの) Taylor 展開を  $x^6$  の項まで求めよ.

問 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + ae^{-x} + b \cos x + c}{x^4}$  が存在するとき,  $a, b, c$  の値とこの極限を求めよ.