課題

① -1 から 1 までの 2 つの乱数 a,b を n 個発生させることを考える．
(0,0)と(a,b)の距離を考え，それが 1 以下の個数÷全体の個数は
$\pi/4$ に近づいていくはずである．(モンテカルロ積分法と呼ばれている)
この方式で，π を数値的に近似計算しなさい．

<u>乱数の発生方法について</u>

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main(void){
  double x;
  x=rand()/(RAND_MAX+1.0); /* 0.0～1.0 の一様に分布した乱数を発生 */
  printf("%f¥n",x);
}
```

② $x^2+y^2 = 1$ ($0 < x < 1, 0 < y < 1$) から $y = \mathrm{sqrt}(1- x^2)$が求められる．
この関数を数値積分することにより，π を数値的に求めよ．

<u>数値積分</u>
数値積分として台形積分法などがあるが，ここでは関数 $f(x)$ に対して
$f(x)\times \mathrm{d}x$ を加算していく単純な方法とする。

③ $y = \sin(x)$のグラフを考えると、$y = 0$ との交点の一つは π である．
二分法により，$y = 0$ と $y = \sin(x)$の交点を求めることによって，π を数値計算せよ．
ただし，二分法の初期値は 2 と 4 とする．

<u>二分法</u>
$f(x_1) < 0$ と $f(x_2) > 0$ となっていて、その間に $f(x) = 0$ があることが分かっている場合，
$f((x_1+ x_2)/2) > 0$ の場合には，$x_1 = (x_1+ x_2) / 2$ とし，逆の場合には，$x_2 = (x_1+ x_2) / 2$ とする
ことにより，逐次計算する方法.

④ 正 n 角形の一辺の長さを $s(n)$とすると，正 $2n$ 角形の一辺の長さは
$s(2n) = \mathrm{sqrt}(\ 2 - \mathrm{sqrt}(\ 4 - s(n)^2\ )\ )$
であることが知られている．
半径 1 の内接正多角形を考え正 6 角形から順に求めると，12, 24, 48, 192 角形の
一辺の長さが求まることになる．これを利用して，π を近似計算しなさい。
この手法で，正 n 角形の n をむやみに大きくしていくと，発散する．
この理由を考えなさい．

⑤ 課題①～④の課題について，計算方法(例えば分割数や繰り返し数)によって，
数値計算結果がどのように収束するのかを求め，gnuplot でグラフ化しなさい．
例えば，横軸に繰り返し数 N をとり，縦軸に計算結果とする．

⑥ 課題②を台形積分法（教科書 88 ページ)により求め，
単純に加算していった場合と比較しなさい．
課題③について，ニュートン法（教科書 67 ページ）によって同様の計算をしなさい．
ただし，微分については，sin の微分は cos になるということを使ってよい．