

課題

- ① -1 から 1 までの 2 つの乱数 a, b を n 個発生させることを考える.
(0,0) と (a,b) の距離を考え、それが 1 以下の個数 ÷ 全体の個数は $\pi/4$ に近づいていくはずである。(モンテカルロ積分法と呼ばれている)
この方式で、 π を数値的に近似計算しなさい。

乱数の発生方法について

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main(void) {
    double x;
    x=rand()/(RAND_MAX+1.0); /* 0.0~1.0 の一様に分布した乱数を発生 */
    printf("%f\n", x);
}
```

- ② $x^2+y^2=1$ ($0 < x < 1, 0 < y < 1$) から $y = \sqrt{1-x^2}$ が求められる。
この関数を数値積分することにより、 π を数値的に求めよ。

数値積分

数値積分として台形積分法などがあるが、ここでは関数 $f(x)$ に対して $f(x) \times dx$ を加算していく単純な方法とする。

- ③ $y = \sin(x)$ のグラフを考えると、 $y = 0$ との交点の一つは π である。
二分法により、 $y = 0$ と $y = \sin(x)$ の交点を求めることによって、 π を数値計算せよ。
ただし、二分法の初期値は 2 と 4 とする。

二分法

$f(x_1) < 0$ と $f(x_2) > 0$ となっていて、その間に $f(x) = 0$ があることが分かっている場合、
 $f((x_1+x_2)/2) > 0$ の場合には、 $x_1 = (x_1+x_2)/2$ とし、逆の場合には、 $x_2 = (x_1+x_2)/2$ とすることにより、逐次計算する方法。

- ④ 正 n 角形の一辺の長さを $s(n)$ とすると、正 $2n$ 角形の一辺の長さは $s(2n) = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s(n)^2}}$

であることが知られている。

半径 1 の内接正多角形を考え正 6 角形から順に求めると、12, 24, 48, 192 角形の一辺の長さが求まることになる。これを利用して、 π を近似計算しなさい。

この手法で、正 n 角形の n をむやみに大きくしていくと、発散する。

この理由を考えなさい。

- ⑤ 課題①～④の課題について、計算方法(例えば分割数や繰り返し数)によって、数値計算結果がどのように収束するのかを求め、gnuplot でグラフ化しなさい。例えば、横軸に繰り返し数 N をとり、縦軸に計算結果とする。

- ⑥ 課題②を台形積分法 (教科書 88 ページ)により求め、単純に加算していった場合と比較しなさい。

課題③について、ニュートン法 (教科書 67 ページ) によって同様の計算をしなさい。

ただし、微分については、 \sin の微分は \cos になるということを使ってよい。